LYCÉE LOUIS LE GRAND **QUINZAINE N° 12** **PCSI 2**

LUNDI 5 - VENDREDI 16 MAI 2025

I. Questions de cours

a) L'inverse d'une matrice triangulaire supérieure inversible est triangulaire supérieure.

b) Toute série réelle absolument convergente est convergente.

c) Formule du changement de base pour la matrice d'une application linéaire.

d) Pour $f \in \mathscr{L}(\mathrm{E},\mathrm{F})$, calcul des coordonnées de $f(x)$ dans la base $\mathscr{F}$ connaissant $\mathrm{mat}_{\mathscr{E},\mathscr{F}}(f)$ et les coordonnées de x dans $\mathscr{E}$. application à la formule du changement de base pour les coordonnées d'un vecteur.

II. Exercices

Les exercices porteront strictement sur les thèmes suivants :

CONTENUS	COMMENTAIRES
a) Généralités sur les séries numériques	
Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.	La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme.	
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Divergence grossière.
Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, somme en cas de convergence.	
Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum(u_{n+1}-u_n)$ converge.	
b) Séries à termes positifs	
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.	
Pour f continue et monotone, encadrement des sommes partielles de la série $\sum f(n)$ à l'aide de la méthode des rectangles.	Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles.
Séries de Riemann.	

Contenus	Commentaires
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n, $u_n \leqslant v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et $$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$	Adaptation au cas où l'inégalité $u_n \leqslant v_n$ n'est vérifiée qu'à partir d'un certain rang. Comparaison à une série géométrique, à une série de Riemann.
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$. Critère de D'Alembert.	

c) Séries absolument convergentes

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Le critère de Cauchy et la notion de semi-convergence sont hors programme.
Inégalité triangulaire pour la somme d'une série absolument convergente.	
Si (u_n) est une suite complexe, si (v_n) est une suite d'éléments de $\mathbb{R}^+$, si $u_n = \mathrm{O}(v_n)$ et si $\sum v_n$ converge, alors $\sum u_n$ est absolument convergente donc convergente.	

d) Séries semi-convergentes

Critère spécial des séries alternées.