LYCÉE LOUIS LE GRAND **QUINZAINE N° 13** **PCSI 2**

LUNDI 19 - VENDREDI 30 MAI 2025

I. Questions de cours

a) Calcul du déterminant de Vandermonde.

b) Calcul du déterminant tridiagonal :

$$\begin{vmatrix} d & u & & & \\ \ell & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & u \\ & & & \ell & d \end{vmatrix}$$

c) Calcul du déterminant suivant :

$$\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 1 & 1+a_n \end{vmatrix}$$

d) Calcul du déterminant suivant :

$$\begin{vmatrix} n & n & \dots\dots & n \\ n & n-1 & \dots\dots & n-1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ n & n-1 & \dots\dots & 1 \end{vmatrix}$$

II. Exercices

Les exercices porteront strictement sur les thèmes suivants :

CONTENUS	COMMENTAIRES
a) Matrices et applications linéaires	
Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases.	Isomorphisme entre $\mathscr{L}(\mathrm{E},\mathrm{F})$ et $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Application au calcul de la dimension de $\mathscr{L}(\mathrm{E},\mathrm{F})$.
Calcul des coordonnées de l'image d'un vecteur par une application linéaire.	
Matrice d'une combinaison linéaire, d'une composée.	
Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.	
Matrice de passage d'une base à une autre.	
Effet d'un changement de base sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.	
b) Noyau, image et rang d'une matrice	
Application linéaire canoniquement associée à une matrice.	

Contenus	Commentaires
Image et noyau d'une matrice de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	Interprétation en termes de systèmes linéaires.
Rang d'une matrice A.	Le rang d'une matrice est défini comme le rang du système de ses vecteurs colonnes ou de l'application linéaire canoniquement associée à A.
Théorème du rang.	
Caractérisations des matrices inversibles en termes de noyau, d'image, de rang.	
Conservation du rang par multiplication par une matrice inversible.	Deux matrices équivalentes par lignes ou par colonnes ont le même rang.
Rang de la transposée.	Le rang d'une matrice est égal au rang de ses lignes, le rang d'un système linéaire homogène est égal au rang de sa matrice.