

LUNDI 23 SEPTEMBRE - VENDREDI 4 OCTOBRE 2023

## I. Questions de cours

1. Énoncé et démonstration du théorème de la division euclidienne dans  $\mathbb{N}$ .
2. Énoncé et démonstration de l'inégalité triangulaire sur  $\mathbb{C}$ .
3. Résolution de l'équation fonctionnelle suivante : déterminer toutes les fonctions  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$  vérifiant

$$\forall (n, m) \in \mathbb{Z}^2, f(n + m) + f(n - m) = 2f(n) + 2f(m)$$

4. Déterminer les fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continues telles que

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x + y) = f(x) + f(y)$$

## II. Les exercices porteront strictement sur les thèmes suivants

CONTENUS	COMMENTAIRES
<b>a) Typologie des raisonnements</b>	
Implication, équivalence, contraposition. Le raisonnement par récurrence.  Le raisonnement par l'absurde.	Condition nécessaire, condition suffisante. Illustration sur quelques exemples. Variantes de la récurrence double et de la récurrence forte. $\sqrt{2}$ est irrationnel.
<b>b) Quelques stratégies de recherche</b>	
Principe de l'analyse-synthèse. La disjonction des cas.	Illustration sur quelques exemples. Exemples d'équations avec valeurs absolues.
<b>c) Ensembles</b>	
Appartenance, inclusion. Sous-ensembles (ou parties) d'un ensemble, ensemble vide. Opérations ensemblistes : réunion, intersection, complémentaire.	Notations $\mathbb{C}_E^A, \bar{A}, E \setminus A$ . Les étudiants doivent maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.
Familles indexées par un ensemble. Produits cartésiens.	Notations usuelles, cas des suites. Cas de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles puis cas général.
Ensemble des parties d'un ensemble.	Notation $\mathcal{P}(E)$ .