

LUNDI 4 - VENDREDI 15 NOVEMBRE 2024

I. Questions de cours

1. Énoncé et démonstration du théorème de la limite monotone.
2. Énoncé et démonstration du théorème de Césaro (dans le cas d'une limite réelle).
3. Somme et produit de deux suites convergentes.
- 4.

II. Exercices

Les exercices porteront strictement sur les thèmes suivants :

CONTENUS	COMMENTAIRES
a) Nombres réels	
Rappels sur la droite réelle. Propriété de la borne supérieure. Inégalité de Cauchy-Schwarz.	Règles de calcul sur les inégalités, partie entière. La construction de \mathbb{R} est admise.
b) Généralités sur les suites réelles	
Modes de définition d'une suite. Monotonie. Suite minorée, majorée, bornée. Exemples d'étude de la monotonie d'une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples d'étude de suites définies implicitement. Suites stationnaires. Suites arithmétiques, suites géométriques. Suites récurrences linéaires d'ordre deux.	De façon explicite, implicite ou par récurrence. Une suite (u_n) est bornée si et seulement si (u_n) est majorée. Les étudiants doivent connaître une méthode de calcul du terme général d'une suite définie par $u_{n+1} = au_n + b$. La démonstration sera faite dans le cours d'algèbre linéaire.
c) Limite d'une suite réelle	
Limite finie ou infinie d'une suite. Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente.	Notation $u_n \rightarrow \ell$. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Lien avec la définition vue en classe de Terminale. Les étudiants doivent savoir démontrer l'existence d'une limite réelle ℓ en majorant $ u_n - \ell $. Notation $\lim u_n$.

CONTENUS

COMMENTAIRES

Toute suite réelle convergente est bornée.
 Opérations sur les limites : combinaisons linéaires, produit, quotient.
 Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

d) Théorèmes d'existence d'une limite

Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
 Théorème de la limite monotone.
 Théorème des suites adjacentes.

e) Suites extraites

Suites extraites d'une suite.

La notion de valeur d'adhérence est hors programme.

Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.

Utilisation de suites extraites pour montrer la divergence d'une suite.

f) Utilisation des suites en topologie

Caractérisation séquentielle d'une borne supérieure (resp. inférieure).

Parties denses de \mathbb{R} .

Définition, caractérisation séquentielle, exemples des décimaux, des rationnels et des irrationnels).